

Latvijas 66. matemātikas olimpiādes 3. posms

2. kārtā

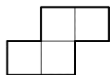
1. Atrast visas funkcijas f , kas definētas reālo skaitļu kopā, pieņem reālas vērtības un visiem reāliem skaitļiem x, y apmierina vienādību

$$f(x - f(x - y)) = f(x + y) - x.$$

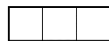
2. Kvadrātu, kura izmēri ir 9×9 rūtiņas, sagrieza tā, ka katra no iegūtajām daļām bija vai nu 1. att., vai 2. att., vai 3. att. redzamā figūra. Kāds ir mazākais skaits 3. att. redzamo figūru, ko varēja iegūt?



1. att.



2. att.



3. att.

3. Atrast visus tādus pirmskaitļus p , ka $3^{p^2-1} + 20$ arī ir pirmskaitlis!
4. Trijstūrī ABC novilkta mediāna CM . Riņķa līnija ar diametru CM krusto nogriežņus AC un BC attiecīgi punktos P un Q . Zināms, ka $AB \parallel PQ$ un $\sphericalangle CAB = \alpha$. Kādas ir $\sphericalangle ACB$ iespējamās vērtības?
5. Vai eksistē tāda bezgalīga naturālu skaitļu virkne (a_n) , ka katram naturālam n , skaitļu $a_{n+1}, a_{n+2}, \dots, a_{n+a_n}$ vidējais aritmētiskais ir vienāds ar n ?