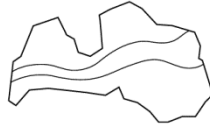




Valsts izglītības satura centrs

NACIONĀLAIS
ATTĪSTĪBAS
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais
fonds

I E G U L D Ī J U M S T A V Ā N Ā K O T N Ē

Latvijas 70. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

9. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

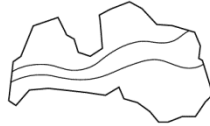
12.03.2020.

- Kādām naturālām n vērtībām izteiksmes $\frac{(3n-1)(n+4)}{n+2}$ vērtība ir vesels skaitlis?
- Atrast visus naturālos skaitļus B intervālā $1 < B < 99$, kuriem izpildās šāda īpašība: jebkuram naturālam skaitlim C , kuram $B < C < 100$ ir spēkā $B \leq V \leq C$, kur $V = \frac{1+B+C+100}{4}$ ir skaitļu $1, B, C, 100$ vidējais aritmētiskais.
- Punkts R atrodas uz stara OB un punkti P un Q atrodas uz stara OA tā, ka $OP < OQ$ un $\sphericalangle ORP = \sphericalangle BRQ$. Leņķa RPA bisektrise krusto staru OB punktā T . Pierādīt, ka QT ir $\sphericalangle RQA$ bisektrise!
- Vai eksistē tādi četri dažādi **a)** naturāli skaitļi, **b)** pirmskaitļi a, b, c, d , ka vienlaicīgi izpildās šādi nosacījumi:
 - $b + c + d$ dalās ar a ,
 - $c + d + a$ dalās ar b ,
 - $d + a + b$ dalās ar c ,
 - $a + b + c$ dalās ar d ?
- Vai kubi ar izmēriem $12 \times 12 \times 12$ iespējams salikt no ķieģeļiem, kuru izmēri ir $1 \times 1 \times 8$?



Valsts izglītības satura centrs

NACIONĀLAIS
ATTĪSTĪBAS
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais
fonds

I E G U L D Ī J U M S T A V Ā N Ā K O T N Ē

Latvijas 70. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

10. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

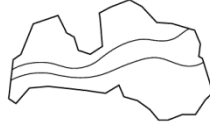
12.03.2020.

1. Pierādīt, ka skaitlim $2019^3 + 2020^3 + 2021^3$ ir vismaz 20 dažādi pozitīvi dalītāji!
2. Zināms, ka $x^2 + y^2 + xy = 3$. Kāda var būt $x + y$ vērtība?
3. Taisnleņķa trijstūrī ABC , kurā $\sphericalangle ABC = 90^\circ$, novilkts augstums BD , nogriežņa BD viduspunkts ir E . Punkti F un G ir attiecīgi nogriežņu AD un CD viduspunkti. Pierādīt, ka $\sphericalangle AEC + \sphericalangle FBG = 180^\circ$.
4. Aplūkojam skaitļu virkni $7; 737; 73737; 7373737; \dots$, kuras pirmais loceklis ir 7 un katru nākamo iegūst, iepriekšējam pierakstot galā 37. Pierādīt, ka neviens šīs virknes loceklis nedalās ar 17.
5. Dotas četras pēc ārējā izskata vienādas monētas, katras monētas masa ir 20 g vai 21 g. Kā noteikt katras monētas masu ar trīs svēršanām uz elektroniskajiem svariem, kas rāda uz svariem uzlikto monētu kopējo masu?



Valsts izglītības satura centrs

NACIONĀLAIS
ATTĪSTĪBAS
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais
fonds

I E G U L D Ī J U M S T A V Ā N Ā K O T N Ē

Latvijas 70. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

11. klase

Tīr rakstā ir jā raksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīr rakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

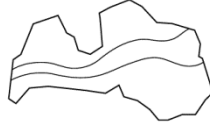
12.03.2020.

1. Dota funkcija $f(x) = mx^2 + (m - 1)x + \frac{2020}{m - 2019}$. Ar kādām parametra m vērtībām funkcija ir augoša intervālā $(1; 2)$?
2. Aplūkojam virkni $1; 2; 2; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 5; 5; 5; 5; 5; 6; 6; 6; 6; 6; \dots$, kurā katrs naturālais skaitlis k tiek atkārtots k reizes. Pierādīt, ka šīs virknes n -to locekli var aprēķināt pēc formulas $\left[\sqrt{2n} + \frac{1}{2}\right]$.
Ar $[x]$ apzīmējam skaitļa veselo daļu, tas ir, lielāko veselo skaitli, kas nepārsniedz x . Piemēram, $[3,1] = 3$, $[17] = 17$, $[6,99] = 6$.
3. Četrstūris $ABCD$ ievilkts riņķa līnijā. Pierādīt, ka trijstūros ABC, BCD, CDA, DAB ievilkto riņķa līniju centri ir taisnstūra virsotnes!
4. Zināms, ka trīsciparu skaitlis \overline{abc} ir pirmskaitlis un ka vienādojumam $ax^2 + bx + c = 0$ ir divas reālas saknes. Vai var gadīties, ka šīs saknes ir **a)** veseli skaitļi, **b)** racionāli skaitļi?
5. Atrast lielāko naturālo skaitli N , kuram ir spēkā īpašība: lai kuras N rūtiņas būtu aizkrāsotas 4×4 rūtiņu tabulā, vienmēr varēs izvēlēties divas rindas un divas kolonnas tā, ka katra aizkrāsotā rūtiņa atrodas vai nu izvēlētajā rindā, vai izvēlētajā kolonnā (vai abās).



Valsts izglītības satura centrs

NACIONĀLAIS
ATTĪSTĪBAS
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA

Eiropas Sociālais
fonds

I E G U L D Ī J U M S T A V Ā N Ā K O T N Ē

Latvijas 70. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

12. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

12.03.2020.

1. Ģeometriskās progresijas pirmais, desmitais un 2020-ais loceklis ir naturāls skaitlis. Vai noteikti arī tās 2019-ais loceklis ir naturāls skaitlis?
2. Noteikt izteiksmes $(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$ vislielāko un vismazāko vērtību, ja $1 \leq x, y, z \leq 2020$.
3. Riņķa līnijā ω ievilkta vienādsānu trapece $ABCD$, punkts H ir garākā pamata AB viduspunkts. Punkts M ir viduspunkts tam lokam AB , kas nesatur punktus C un D . Taisnes CD un AM krustojas punktā X . Zināms, ka nogriežņi HX , DM un AC krustojas vienā punktā Y un $DM = AC$. Pierādīt, ka $AB^2 = 2CD^2$.
4. Zināms, ka četrциparu skaitlis \overline{abcd} ir pirmskaitlis un ka vienādojumam $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ir trīs reālas saknes. Vai var gadīties, ka visas šīs saknes ir **a)** veseli skaitļi, **b)** racionāli skaitļi?
5. Kādā valstī ir 2020 pilsētas, katra ar katru ir savienota ar ceļu, ceļi ārpus pilsētām nekrustojas (izmantoti viadukti). Biznesmenis ar ceļu pārvaldi spēlē šādu spēli: katru dienu biznesmenis privatizē vienu ceļu, bet ceļu pārvalde nojauc desmit neprivatizētus ceļus. Pierādīt, ka biznesmenis var panākt, ka pēc kāda laika viņam pieder ciklisks ceļu maršruts kas iet caur tieši 70 pilsētām, katrā iegriežoties tieši vienu reizi!