# "Profesora Cipariņa klubs"

## 2. nodarbība

Šī nodarbība būs veltīta simetrijas spēlēm. Raksturīgākā pieļautā kļūda šādos uzdevumos ir viena vai dažu atsevišķu gadījumu apskatīšana, neņemot vērā visus iespējamos spēlētāju gājienus. Izstrādājot uzvarošo stratēģiju, tajā ir jāiekļauj visas iespējamās situācijas.

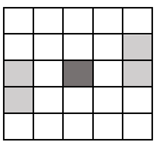
Katru no tālāk dotajām spēlēm spēlēs divi spēlētāji. Gājienus tie izdarīs pamīšus. Spēlētājs nedrīkst izlaist gājienu. Katrā šajā spēlē ir jānoskaidro, kurš no abiem spēlētājiem – pirmais spēlētājs (tas, kurš izdara pirmo gājienu) vai otrais spēlētājs (tas, kurš izdara otro gājienu) – vienmēr var uzvarēt, neatkarīgi no tā, kādus gājienus veic pretinieks.

***Iegaumē!***
Ja uzdevumā ir jautājums "Kurš vienmēr var uzvarēt?", tad atrisinājumā ir jāapskata, kā rīkoties **pilnīgi visās** iespējamajās situācijās, lai panāktu prasīto rezultātu. Nepietiek apskatīt tikai vienu vai dažus "labvēlīgākos" gadījumus.

Apskatīsim divus piemērus, kā tiek risināti šāda tipa uzdevumi.

**Piemērs.** Uz galda ir divas konfekšu kaudzes. Divi spēlētāji pamīšus ņem konfektes. Vienā gājienā viens spēlētājs drīkst paņemt jebkuru konfekšu skaitu no vienas kaudzes un apēst. Zaudē tas spēlētājs, kuram vairs nav ko paņemt. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt, ja sākumā **a)** abās konfekšu kaudzēs ir pa 10 konfektēm; **b)** vienā kaudzē ir 12 konfektes, bet otrā – 10 konfektes?
**Atrisinājums. a)** Pamatosim, ka vienmēr var uzvarēt otrais spēlētājs.
Katrā savā gājienā otrajam spēlētājam jāpaņem tikpat daudz konfekšu, cik tikko savā gājienā ir paņēmis pirmais spēlētājs, tikai otrajam spēlētājam konfektes jāņem no citas kaudzes, tas ir, ne no tās kaudzes, no kuras konfektes tikko paņēma pirmais spēlētājs. Ja pirmais spēlētājs varēs izdarīt gājienu, tad arī otrais spēlētājs to varēs izdarīt. Līdz ar to gājieni pietrūks pirmajam spēlētājam un viņš zaudēs.
**b)** Pamatosim, ka vienmēr var uzvarēt pirmais spēlētājs. Pirmajam spēlētājam jāpanāk, lai pēc katra viņa gājiena abās kaudzēs paliktu vienāds skaits konfekšu.
Pirmajā gājienā pirmajam spēlētājam jāpaņem 2 konfektes no tās kaudzes, kurā ir 12 konfektes. Pēc šī gājiena katrā kaudzē paliek 10 konfektes. Katrā savā nākamajā gājienā pirmajam spēlētājam jāpaņem tikpat daudz konfekšu, cik tikko savā gājienā ir paņēmis otrais spēlētājs, tikai pirmajam spēlētājam konfektes jāņem no citas kaudzes. Ja otrais spēlētājs varēs izdarīt gājienu, tad arī pirmais spēlētājs to varēs izdarīt. Līdz ar to gājieni pietrūks otrajam spēlētājam un viņš zaudēs.

**Piemērs.** Divi spēlētāji izvieto žetonus kvadrātā, kas sastāv no $5 \times 5$ rūtiņām. Gājienus spēlētāji izdara pamīšus, turklāt vienā gājienā drīkst izvietot vai nu 1 žetonu vienā rūtiņā, vai arī 2 žetonus pa vienam divās blakus rūtiņās, kas atrodas vai nu vienā rindā, vai vienā kolonnā, ja tās ir tukšas. Spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?
**Atrisinājums.** Pamatosim, ka vienmēr var uzvarēt pirmais spēlētājs.
Pirmajā gājienā pirmajam spēlētājam jānovieto 1 žetons tā, lai tas atrastos kvadrāta centrā (skat. 1. att.). Lai arī kur otrais spēlētājs novieto savu žetonu (vai arī divus žetonus) pirmajam spēlētājam jānovieto žetons (žetoni) simetriski otrā spēlētāja tikko novietotajam žetonam (žetoniem) attiecībā pret kvadrāta centru. Tā pirmais spēlētājs turpina rīkoties arī visos savos nākamajos gājienos. Ja otrais spēlētājs var izdarīt gājienu, tad pirmais spēlētājs var izdarīt tam simetrisku gājienu. Līdz ar to gājieni pietrūks otrajam spēlētājam un viņš zaudēs.



*1. att.*

## Uzdevumi

**1.** Divi spēlētāji izvieto žetonus kvadrātā, kas sastāv no $6 \times 6$ rūtiņām. Gājienus spēlētāji izdara pamīšus, turklāt vienā gājienā drīkst izvietot vai nu $1$ žetonu vienā rūtiņā, vai arī $2$ žetonus pa vienam divās blakus rūtiņās, kas atrodas vai nu vienā rindā, vai vienā kolonnā, ja tās ir tukšas. Spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

**2.** Uz taisnstūra, kas sastāv no $5 \times 8$ rūtiņām, apakšējā kreisajā stūrī uz rūtiņas novietota poga. Divi spēlētāji pamīšus pārvieto pogu vai nu uz augšu vai pa labi patvaļīgu rūtiņu skaitu, iekļaujoties taisnstūra robežās. Spēlētājs, kurš pirmais novietos pogu augšējā labajā stūrī uzvar. Vai kādam no spēlētājiem ir uzvaroša stratēģija?

**3.** Lote un Oto spēlē sekojošo spēli. Vispirms Lote pasaka kādu no skaitļiem $1, 2$ vai $3$. Tad Oto var izvēlēties pieskaitīt Lotes pateiktajam skaitlim $1, 2$ vai $3$. Šādi spēle turpinās, katram spēlētājam pamīšus pieskaitot $1, 2$ vai $3$ iepriekšējam skaitlim. Piemēram, ja Lote pirmajā gājienā nosauc skaitli $2$, tad Oto var teikt $5$, bet Lote pēc tam $6$ un tā tālāk. Pirmais, kas nosauc skaitli $100$, uzvar. Kuram no abiem spēlētājiem ir uzvaroša stratēģija?

**4.** Sērkociņu kastītē ir 100 sērkociņi. Mārtiņš un Katrīna pamīšus velk ārā ne vairāk kā pusi no kastītē esošajiem sērkociņiem, bet vismaz vienu sērkociņu. Tas, kurš izvelk pēdējo sērkociņu, uzvar. Kuram ir uzvaroša stratēģija, ja Mārtiņš vienmēr uzsāk spēli pirmais?

**5.** Uz kvadrāta, kas sastāv no $5 \times 5$ rūtiņām, Šarlote un Leo spēlē "desas". Katrs spēlētājs pamīšus izvēlas kādu neaizņemtu rūtiņu. Leo raksta "X" rūtiņās, bet Šarlote savās rūtiņās – "O". Uzvar tas, kurš var aizpildīt kādu rindu, kolonnu vai diagonāli ar savu simbolu, t. i., Leo vēlas panākt, ka kādā rindā, kolonnā vai diagonālē būtu visi "X" , bet Šarlote – "O". Gadījumā, ja visi lauciņi jau ir aizņemti, un neviens nav uzvarējis, tad spēli uzskata par neizšķirtu. Vai Šarlote vienmēr var panākt to, ka Leo neuzvarēs? *Piezīme.* Leo neuzvar gadījumos, ja Šarlote uzvar vai arī spēle ir neizšķirta.