

EILERA DIAGRAMMAS

Teorija un piemēri 5.-6. klasei, gatavojoties Novada olimpiādei 2020./2021. m. g.

Grupēt objektus nozīmē vienā grupā apvieno tos, kuriem ir kopīga īpašība. Objekti var būt gan sadzīviski (piemēram, dārzeņi, dzīvnieki), gan matemātiski (piemēram, skaitļi, figūras). Tāpat arī objektu īpašības var būt sadzīviskas (piemēram, būt sarkanam, būt pūkainam), gan matemātiskas (piemēram, dalīties ar 3, būt lielākam nekā 10).

Lai objektus sagrupētu, tie vispirms ir jāsalīdzina, tas ir, jānosaka to kopīgās un atšķirīgās īpašības. Ievēro, ka ir īpašības, kuras objektam var būt un kuras var arī nebūt, piemēram, ābols ir apaļš un sarkans, bet nav zils.

Apskatīsim piemēru.

Skolotāja aptaujāja 12 skolēnus, lai uzzinātu, kāds mājdzīvnieks – suns vai kaķis – ir katram.

- Uz jautājumu “Vai tev ir kaķis?” 7 skolēni atbildēja “Jā”.
- Uz jautājumu “Vai tev ir suns?” 8 skolēni atbildēja “Jā”.
- Uz jautājumu “Vai tev ir suns un kaķis?” 3 skolēni atbildēja “Jā”.

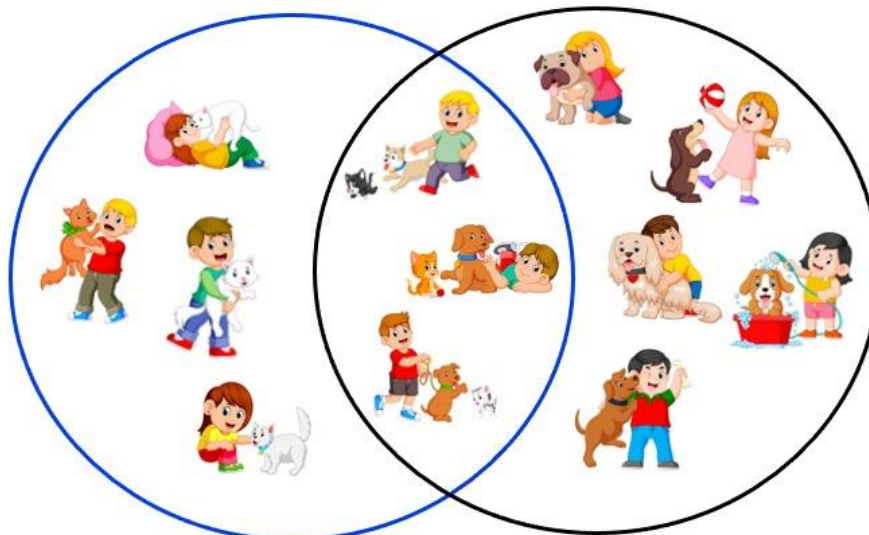
legaumē! Ja skolēns uz jautājumu “Vai tev ir kaķis?” sniedz atbildi “Jā”, tad no tā nevar secināt, ka skolēnam nav suns vai vēl kāds cits mājdzīvnieks.

Skolotāja palūdz skolēniem atnest bildi, kurā tie ir kopā ar savu suni vai kaķi, un pēc tam no bildēm izveidoja kolāžu (skat. 1. att.). Vai pamani, cik nepārskatāmi ir šādā veidā attēloti dati? Kā varētu datus attēlot pārskatāmāk, lai viegli redzēt, kāds mājdzīvnieks ir katram skolēnam?



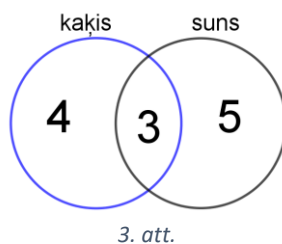
1. att.

Viens no attēlošanas veidiem ir Eilera diagrammas (tās ir ļoti līdzīgas Venna diagrammām, par kurām, iespējams, kaut ko jau zini). Tiek zīmēti riņķi, kas atbilst apskatāmajām objektu īpašībām un kas daļēji pārklājas. Mūsu piemērā ir divas īpašības “ir kaķis” un “ir suns”, tātad būs jāzīmē divi riņķi (skat. 2. att.). Zilajā riņķī ir tie skolēni, kam ir kaķis, melnajā riņķī ir tie skolēni, kuriem ir suns, bet abu riņķu kopīgajā daļā ir tie skolēni, kuriem ir gan suns, gan kaķis.



2. att.

Risinot uzdevumus, riņķu daļās parasti raksta atbilstošo objektu skaitu. Apskatītajam piemēram atbilstošā diagramma dota 3. att.



Uzdevumu piemēri

1. Vienas klases skolēniem ļoti patīk skatīties animācijas filmas. Ir zināms, ka 15 skolēni ir redzējuši „Šreku”, 11 skolēni ir redzējuši „Ledus laikmetu”, 6 skolēni ir redzējuši gan „Šreku”, gan „Ledus laikmetu”.

Cik daudz skolēnu ir redzējuši tikai „Ledus laikmetu”?

Cik daudz skolēnu ir redzējuši tikai „Šreku”?

Cik pavisam skolēnu ir klasē?

1. atrisinājums. No 11 skolēniem, kas ir redzējuši „Ledus laikmetu”, 6 ir redzējuši arī „Šreku”, tātad tikai „Ledus laikmetu” ir redzējuši $11 - 6 = 5$ skolēni.

No 15 skolēniem, kas ir redzējuši „Šreku”, 6 ir redzējuši arī „Ledus laikmetu”, tātad tikai „Šreku” ir redzējuši $15 - 6 = 9$ skolēni.

Klasē ir trīs dažādu „veidu” (attiecībā pret redzētajām animācijas filmām) skolēni:

- skolēni, kas ir redzējuši tikai „Šreku”,
- skolēni, kas ir redzējuši tikai „Ledus laikmetu”,
- skolēni, kas redzējuši gan „Šreku”, gan „Ledus laikmetu”.

Līdz ar to klasē pavisam ir $9 + 6 + 5 = 20$ skolēni.

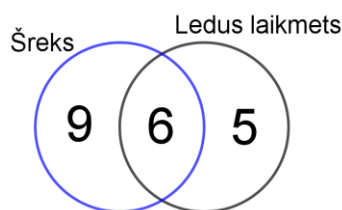
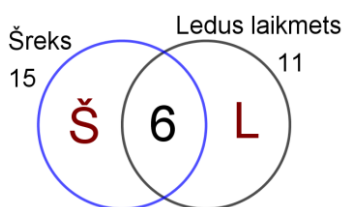
2. atrisinājums. Risināsim uzdevumu, lietojot Eilera riņķus. Uzzīmējam divus riņķus, daļā, kur tie pārklājas, varam ierakstīt skaitli 6 (skat. 4. att.), jo gan „Šreku”, gan „Ledus laikmetu” ir redzējuši 6 skolēni.

Daļā, kas apzīmēta ar Š, būs jāieraksta skaitlis 9, jo zilajā riņķī ierakstīto skaitļu summai jābūt 15. Tātad tikai „Šreku” ir redzējuši 9 skolēni.

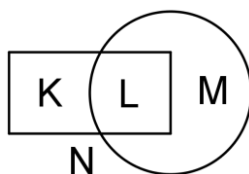
Daļā, kas apzīmēta ar L, būs jāieraksta skaitlis 5, jo melnajā riņķī ierakstīto skaitļu summai jābūt 11. Tātad tikai „Ledus laikmetu” ir redzējuši 5 skolēni.

Lai iegūtu kopējo skolēnu skaitu, jāaskaita visi riņķu daļās ierakstītie skaitļi (skat. 5. att.). Līdz ar to klasē ir $9 + 6 + 5 = 20$ skolēni.

Piezīme. Skaitļi 15 un 11, kas rakstīti 4. att. ārpus abiem riņķiem, ir kā palīgdarbība, lai vieglāk izdomāt, kādus skaitļus rakstīt daļā Š un L.



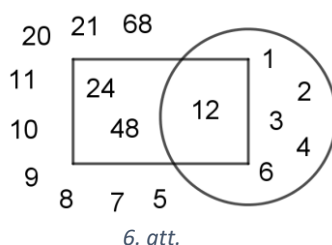
2. Visi skaitļa 12 dalāmie atrodas taisnstūrī, bet visi skaitļa 12 dalītāji atrodas riņķī. Saliec skaitļus 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 20, 21, 24, 48, 68 atbilstoši nosacījumiem daļās K, L, M, N.



Atceries, ko nozīmē jēdzieni – dalāmais, dalītājs, dalījums!

$$\begin{array}{c}
 \text{dalāmais} \\
 \swarrow \\
 a : b = c \\
 \nearrow \quad \searrow \\
 \text{dalītājs} \quad \text{dalījums}
 \end{array}$$

Atrisinājums. Tā kā skaitlis 12 dalās ar 1, 2, 3, 4, 6, 12, tad visi šie skaitļi būs ierakstīti riņķī. Tā kā skaitļi 12, 24, 48 dalās ar 12, tad tie būs ierakstīti taisnstūrī. Pārējie skaitļi atradīsies daļā N. Ievērojam, ka skaitlis 12 ir gan skaitļa 12 dalītājs, gan skaitļa 12 dalāmais, tāpēc 12 būs jāraksta daļā L. Skaitļu izvietojumu skat. 6. att.



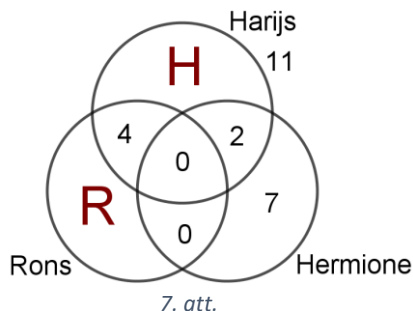
3. Uz plaukta stāv 26 burvju grāmatas un tās visas ir izlasītas. No tām 4 grāmatas izlasīja tikai Harijs un Rons. Hermione izlasīja 7 grāmatas, kuras nav lasījis ne Harijs, ne Rons un 2 grāmatas, kuras ir lasījis vēl tikai Harijs. Kopā Harijs ir izlasījis 11 grāmatas. Vēl ir zināms, ka nav tādas grāmatas, ko būtu lasījusi gan Hermione, gan Rons. Cik grāmatas ir izlasījis tikai Rons?

Atrisinājums. Risināsim uzdevumu, lietojot Eilera riņķus. Uzzīmējam trīs riņķus, tie ilustrēs Harija, Rona un Hermiones izlasīto grāmatu skaitu. Ievērojam, ka ir daļas, kurā pārklājas divi riņķi, un ir arī daļā, kurā pārklājas visi trīs riņķi. Mums jānoskaidro, kāds skaitlis ir ierakstīts daļā R.

Uzmanīgi lasot uzdevumā doto, ierakstām Eilera diagrammā informāciju (skat. 7. att.). Pēc dotā zināms, ka nav tādas grāmatas, ko būtu lasījusi gan Hermione, gan Rons, tātad daļās, kur pārklājas Rona un Hermiones riņķi, ir jāieraksta skaitlis 0.

Aprēķināsim skaitli, kas jāraksta daļā H (grāmatu skaits, ko lasījis tikai Harijs). Zinot, ka Harijs kopā ir izlasījis 11 grāmatas, iegūstam, ka daļā H jāraksta skaitlis $11 - 4 - 2 - 0 = 5$.

Tā kā uz plaukta stāv 26 burvju grāmatas, tad riņķu daļās ierakstīto skaitļu summai jābūt 26. Līdz ar to tikai Rons ir izlasījis $26 - 4 - 5 - 2 - 7 = 8$ grāmatas.



4. No 70 piektklasniekiem 27 iet mākslas skolā, 32 iet mūzikas skolā, 22 nodarbojas ar sportu. Mākslas skolā iet 10 bērni, kas iet arī vēl tikai mūzikas skolā un vēl 8 sportisti, kas neiet mūzikas skolā, mūzikas skolā iet 6 sportisti, kas neiet mākslas skolā, 3 sportisti iet gan mākslas skolā, gan mūzikas skolā.

Cik skolēni nodarbojas tikai ar sportu?

Cik piektklasnieku neiet mūzikas skolā, nesporto un neiet arī mākslas skolā?

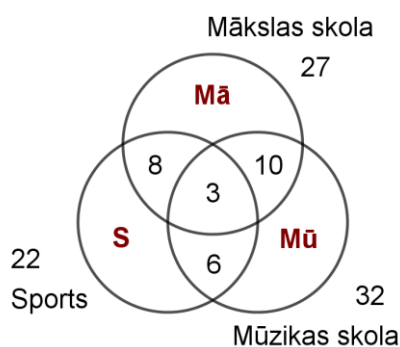
Atrisinājums. Risināsim uzdevumu, lietojot Eilera riņķus. Uzzīmējam trīs riņķus un, lasot uzdevuma tekstu, ierakstām Eilera diagrammā informāciju (skat. 8. att.).

Riņķī, kas atbilst sportistu skaitam, ierakstīto skaitļu summai jābūt 22, tāpēc daļā S ir jābūt skaitlim $22 - 8 - 3 - 6 = 5$. Līdz ar to tikai ar sportu nodarbojas 5 skolēni.

Riņķī, kas atbilst mākslas skolas dalībnieku skaitam, ierakstīto skaitļu summai jābūt 27, tāpēc daļā Mā ir jābūt skaitlim $27 - 8 - 3 - 10 = 6$.

Riņķī, kas atbilst mūzikas skolas dalībnieku skaitam, ierakstīto skaitļu summai jābūt 32, tāpēc daļā Mū ir jābūt skaitlim $32 - 10 - 3 - 6 = 13$.

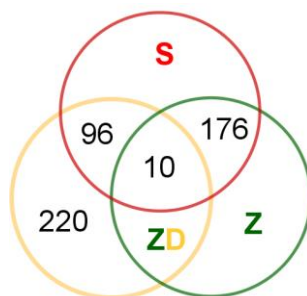
Tā kā visas riņķu daļas ir aizpildītas ar skaitļiem un ir zināms, ka pavisam ir 70 piektklasnieku, tad aprēķinām, cik skolēni neiet mūzikas skolā, mākslas skolā un nesporto: $70 - 6 - 13 - 5 - 8 - 10 - 6 - 3 = 19$.



8. att.

5. Pasaku mežā dzīvo vairāki trollīši, katram no viņiem ir vismaz viena, bet ne vairāk kā trīs cepurītes, turklāt nevienam no trollīšiem nav divu vienas krāsas cepurīšu. Cik trollīšu dzīvo pasaku mežā, ja ir zināms, ka 666 trollīšiem ir sarkanās cepurītes, 666 trollīšiem ir zaļās cepurītes un 666 – dzeltenās cepurītes. 220 trollīšiem ir tikai dzeltenās cepurītes, 96 trollīšiem ir gan dzeltenās, gan sarkanās cepurītes, bet nav zaļo cepurīšu, 176 trollīšiem ir sarkanās un zaļās, bet nav dzelteno cepurīšu un 10 trollīšiem ir visu trīs krāsu cepurītes.

Atrisinājums. Risināsim uzdevumu, lietojot Eilera riņķus. Uzzīmējam trīs riņķus un, lasot uzdevuma tekstu, ierakstām Eilera diagrammā informāciju (skat. 9. att.).



9. att.

Lai noskaidrotu trollīši skaitu, aprēķinām, kāds skaitlis ierakstīts trīs atlikušajās daļās:

- daļā S ir jābūt skaitlim $666 - 96 - 176 - 10 = 384$, jo kopā sarkanajā riņķī (kas atbilst trollīšu skaitam, kam ir sarkanās cepurītes) ierakstīto skaitļu summai jābūt 666;
- daļā ZD ir jābūt skaitlim $666 - 220 - 96 - 10 = 340$;
- daļā Z ir jābūt skaitlim $666 - 176 - 10 - 340 = 140$.

Tā kā visas riņķu daļas ir aizpildītas un katram trollītim ir vismaz viena cepurīte, tad pavisam mežā dzīvo $384 + 176 + 10 + 96 + 140 + 340 + 220 = 1366$ trollīši.