

Homework list 4

1. Uz horizontālas taisnes dažādos punktos ar veselām koordinātēm sēž galīgs skaits vardiņu. Katrā gājienā viena vardiņa lec 1 vienību uz labo pusi, pie kam tikai tad, ja piezemējoties tā neuzskrien citai vardiņai. Mēs esam saskaitījuši, cik dažādos veidos vardiņas var veikt n gājienu (kādam fiksētai sākotnējai vardiņu konfigurācijai). Pierādiet, ka, ja nomainīt spēles noteikumus un ļaut vardiņām lēkt pa kreisi, nevis pa labi, tad n gājienu varēs izdarīt tieši tikpat dažādos veidos!

2. Čikāgā dzīvo 36 gangsteri, daži no kuriem savā starpā naidojas. Katrs gangsteris sastāv vienā vai vairākās bandās, pie kam nav divu bandu, kurām precīzi sakristu to sastāvs. Ja gangsteri ir vienā bandā, tad tie savā starpā naidojas, taču, ja gangsteris nesastāv kādā bandā, tad viņa noteikti naidojas ar kādu šīs bandas dalībnieku. Kāds ir lielākais skaits bandu, kas var būt Čikāgā?

3. Apkārt riņķveida sienai ar garumu 1 staigā divi punktveida sargi, pie kam viens no viņiem pārvietojas divreiz ātrāk nekā otrs. Šajā sienā ir logi. Logu izvietojumu sauc par *drošu*, ja katrā brīdī vismaz viens sargs atrodas pie kāda loga, priekš kādas sākotnējās sargu atrašanās vietas.

a. Ja logu sistēma sastāv tikai no viena loga un tā ir droša, kādam ir jābūt šī loga garumam?

b. Pierādiet, ka jebkuras drošas logu sistēmas summārais logu garums pārsniedz $\frac{1}{2}$

c. Pierādiet, ka jebkuram skaitlim $s > \frac{1}{2}$ eksistē droša logu sistēma ar summāro logu garumu, kas ir mazāks par s