Latvijas 71. matemātikas olimpiādes 2. posma 2. kārtas uzdevumi, atrisinājumi un vērtēšanas kritēriji

5.-8. klase

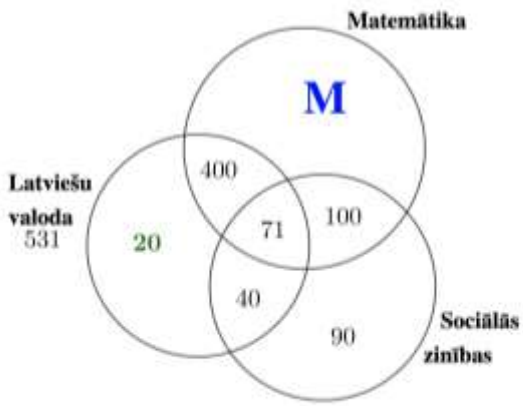
5.1. Šogad uz Novadijas 5. klašu matemātikas olimpiādi ir reģistrējušies 1270 skolēni, kuriem jautāja par mācību priekšmetiem (matemātika, sociālās zinības, latviešu valoda), kuri tiem patīk:

- 400 dalībniekiem patīk matemātika un arī latviešu valoda, bet nepatīk sociālās zinības;
- 100 dalībniekiem patīk matemātika un arī sociālās zinības, bet nepatīk latviešu valoda;
- 40 dalībniekiem patīk latviešu valoda un arī sociālās zinības, bet nepatīk matemātika;
- 90 dalībniekiem patīk tikai sociālās zinības;
- latviešu valoda patīk 531 dalībniekam;
- visi trīs priekšmeti patīk 71 dalībniekam.

Zināms, ka katram no skolēniem patīk vismaz viens no šiem priekšmetiem. Cik dalībniekiem patīk tikai matemātika?

Atrisinājums. Uzzīmējam trīs riņķus, tie ilustrēs attiecīgi skolēnu skaitu, kam patīk konkrētie priekšmeti (matemātika, latviešu valoda un sociālās zinības). Ievērojam, ka ir daļas, kurā pārklājas divi riņķi, un ir arī daļa, kurā pārklājas visi trīs riņķi. Mums jānoskaidro, kas ierakstīts daļā M.

Uzmanīgi lasot uzdevumā doto, ierakstam Eilera diagrammā informāciju (skat. 1. att. skaitļus, kas ierakstīti ar melnu). Lai noskaidrotu, cik dalībniekiem patīk tikai latviešu valoda, no dalībnieku skaita, kam patīk latviešu valoda jāatņem to dalībnieku skaits, kam patīk latviešu valoda un vēl vismaz viens cits mācību priekšmets. Līdz ar to tikai latviešu valoda patīk $531 - 400 - 71 - 40 = 20$ dalībniekiem (skat. 1. att. zaļā krāsā).



1. att.

Aprēķināsim skaitli, kas jāieraksta daļā M (dalībnieku skaits, kuriem patīk tikai matemātika). Lai to izdarītu, no kopējā dalībnieku skaita attiecīgi jāatņem dalībnieku skaits, kuriem

- patīk gan matemātika, gan latviešu valoda;
- patīk gan matemātika, gan sociālās zinības;
- patīk gan latviešu valoda, gan sociālās zinības;
- patīk tikai latviešu valoda;
- patīk tikai sociālās zinības;
- patīk visi trīs priekšmeti.

Tātad no 1270 jāatņem visi 1. att. redzamie plaknes daļās ierakstītie skaitļi, tas ir,

$$M = 1270 - 400 - 100 - 40 - 20 - 90 - 71 = 549.$$

Līdz ar to esam ieguvuši, ka 549 skolēniem patīk tikai matemātika.

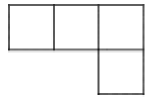
Uzzīmē Eilera riņķus un pareizi atzīmē tajos dotos	4
Aprēķina, cik ir dalībnieku, kam patīk tikai latviešu valoda	3
Aprēķina, cik ir dalībnieku, kam patīk tikai matemātika	3
Ja ir tikai darbības, bet nav teksta	ne vairāk kā 6

Piebildes pie vērtēšanas kritērijiem

1. **10 punkti** - Par korektu risinājumu, kurā ir parādīts, kā iegūta pareiza atbilde (vai nu ar aprēķiniem, vai uzzīmētiem un aizpildītiem Eilera riņķiem. Eilera riņķus izmantot un pat pieminēt nav obligāti).
2. **10 punkti** - Par korektu risinājumu, pat ja risinājumā ir pārrakstīšanās kļūda, bet tas netraucēja autoram nonākt pie pareiza rezultāta.
3. **9 punkti** - Par citādi korektu risinājumu, bet ar kādu aritmētisku kļūdu aprēķinos, kas rezultējās nepareizā atbildē.
4. **8 punkti** - Par vairākām aritmētiskām kļūdām aprēķinos.
5. **7 punkti** - korekti Eilera riņķi un aprēķināta "tikai latviešu valodas" vērtība, bet ar būtiskām problēmām "tikai matemātikas" iegūšanā.

1. **4 punkti** (*šis bija ļoti populārs gadījums*) - Autors kļūdaini pieņēmis, ka "patīk latviešu valoda" nozīmē "patīk tikai latviešu valoda" un atrisinājis šo uzdevumu, izmantojot Eilera riņķus, iegūstot atbildi 38. (*4 punkti tāpēc, ka atrisināts cits uzdevums, kas ir tehniski vieglāks par oriģinālo - Eilera apļi ar vienu nezināmu vērtību pret Eilera apļiem ar divām nezināmām vērtībām.)*.
2. **3 punkti** - 1. gadījums, bet bez Eilera apļiem. (*Manuprāt Eilera apļi ir tieši tas mehānisms, kas ļauj runāt par starpību starp "patīk latviešu valoda" un "patīk tikai latviešu valoda", tāpēc tas šeit tiek novērtēts. Citādi, ja risinājums ir korekts, par Eilera apļu nelietošanu punktu neatņemam.*).
3. **1 vai 2 punkti** - ja ir kaut kādas idejas, kaut kas ir rēķināts vai zīmēts.
4. **0 punktu** – tikai par atbildi, pareizu vai nepareizu.

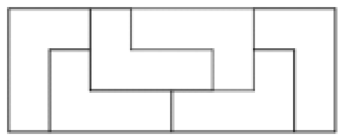
5.2. Vai ar 2. att. figūrām, kas sastāv no 4 rūtiņām, var noklāt rūtiņu laukumu, kura izmērs ir **a)** 6×7, **b)** 3×8 rūtiņas? Figūras nedrīkst pārklāties un iziet ārpus laukuma robežām, tās drīkst pagriezt un "apmest otrādi".



2. att.

Atrisinājums. a) Nē, nevar. Kopējais rūtiņu laukuma rūtiņu skaits ir $6 \cdot 7 = 42$, kas nedalās ar 4, bet katra figūra aizņem 4 rūtiņas; tātad kopējam noklāto rūtiņu skaitam ir jādalās ar 4. Iegūta pretruna, tātad nevar pārklāt.

b) Jā, var, piemēram, skat. 3. att.



3. att.

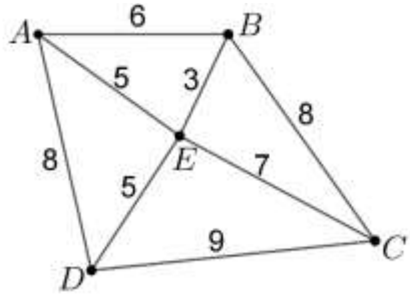
Par **a)** gadījumu (kopā 5 punkti)	
Par atbildi, ka nevar	1
Spriedums par kopējo rūtiņu skaitu	2
Spriedums, ka 42 nedalās ar 4	2
Par **b)** gadījumu (kopā 5 punkti)	
Par atbildi, ka var	1
Par pareizu pārklājuma piemēru	4
a) gadījumā par dažiem piemēriem, kuros neizdodas pārklāt	1
Ja b) ir atbilde, ka var, un tikai spriedums, ka 24 dalās ar 4	1+1

5.3. Ciemi A, B, C, D, E savienoti ar ceļiem tā, kā tas parādīts 4. att. (mērogs nav ievērots). Blakus katram ceļam norādīts tā garums kilometros.

a) Vai pa ceļiem var veikt maršrutu, kas sākas pilsētā A, beidzas pilsētā A un kura kopgarums ir tieši 95 km?

b) Vai pa ceļiem var veikt maršrutu, kas sākas pilsētā A, beidzas pilsētā A un kura kopgarums ir tieši 95 km, ja ceļš CD ir slēgts (tas ir, pa ceļu CD nedrīkst braukt)?

Piezīme. Sākot braukt pa kādu ceļu, pa to jābrauc līdz galam.



4. att.

Atrisinājums. a) Var, piemēram, izbraucot maršrutu ABCDABCDABCDEA.

b) Nē, nevar. Ievērosim, ka visu atlikušo ceļu garumi, kas iet "pa ārpusi" (AB, BC, AD) ir pāra skaitļi, bet visu ceļu garumi, kas iet uz ciemu E, ir nepāra skaitļi. Līdz ar to, braucot "pa ārpusi", nobrauktā ceļa garums palielināsies par pāra skaitli, un, iebraucot ciemā E un izbraucot no tā, nobrauktā ceļa garums arī palielināsies par pāra skaitli (jo divu nepāra skaitļu summa ir pāra skaitlis). Tātad kopējais nobrauktā ceļa garums no ciema A līdz ciemam A vienmēr būs pāra skaitlis, tātad tas nevar būt 95 km.

Par **a)** gadījumu (kopā 4 punkti)	
Par atbildi, ka var	1
Par derīgu piemēru	3
Par **b)** gadījumu (kopā 6 punkti)	
Par atbildi, ka nevar	1
Par pareizu pamatojumu	5
Ja a) gadījumā ir atbilde, ka var, bet ir kļūda aritmētikā	1+1
Ja b) gadījumā sāk apskatīt gadījumus (atkarībā no apskatīti gadījumu skaita)	ne vairāk kā 2 punkti

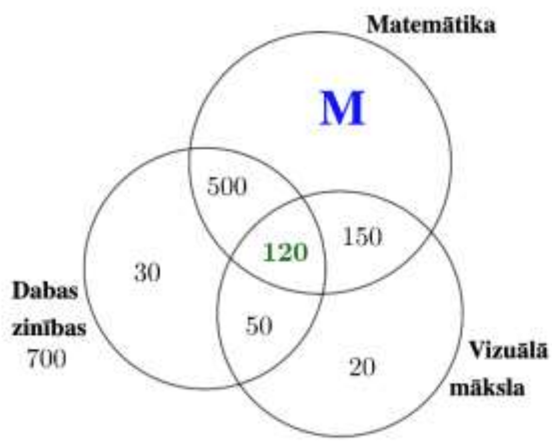
6.1. Šogad uz Olimpijas 6. klašu matemātikas olimpiādi ir reģistrējušies 1243 skolēni, kuriem jautāja par mācību priekšmetiem (matemātika, dabas zinības, vizuālā māksla), kuri tiem patīk:

- dabas zinības patīk 700 dalībniekam;
- 500 dalībniekiem patīk matemātika un arī dabas zinības, bet nepatīk vizuālā māksla;
- 150 dalībniekiem patīk matemātika un arī vizuālā māksla, bet nepatīk dabas zinības;
- 50 dalībniekiem patīk dabas zinības un arī vizuālā māksla, bet nepatīk matemātika;
- 20 dalībniekiem patīk tikai vizuālā māksla;
- 30 dalībniekiem patīk tikai dabas zinības.

Zināms, ka katram no skolēniem patīk vismaz viens no šiem priekšmetiem. Cik dalībniekiem patīk tikai matemātika?

Atrisinājums. Uzzīmējam trīs riņķus, tie ilustrēs attiecīgi skolēnu skaitu, kam patīk konkrētie priekšmeti (matemātika, dabas zinības un vizuālā māksla). Ievērojam, ka ir daļas, kurā pārklājas divi riņķi, un ir arī daļa, kurā pārklājas visi trīs riņķi. Mums jānoskaidro, kas ierakstīts daļā M.

Uzmanīgi lasot uzdevumā doto, ierakstam Eilera diagrammā informāciju (skat. 5. att. skaitļus, kas ierakstīti ar melnu). Lai noskaidrotu, cik dalībniekiem patīk gan matemātika, gan dabas zinības, gan vizuālā māksla, no dalībnieku skaita, kam patīk dabas zinības jāatņem dalībnieku skaits, kam patīk tikai dabas zinības un dalībnieku skaits, kam patīk dabas zinības un vēl viens mācību priekšmets. Tātad gan matemātika, gan dabas zinības, gan vizuālā māksla patīk $700 - 30 - 500 - 50 = 120$ dalībniekiem (skat. 5. att. ierakstīts zaļā krāsā).



5. att.

Aprēķināsim skaitli, kas jāieraksta daļā M (dalībnieku skaits, kuriem patīk tikai matemātika). Lai to izdarītu, no kopējā dalībnieku skaita attiecīgi jāatņem dalībnieku skaits, kuriem

- patīk gan matemātika, gan dabas zinības;
- patīk gan matemātika, gan vizuālā māksla;
- patīk gan dabas zinības, gan vizuālā māksla;
- patīk tikai dabas zinības;
- patīk tikai vizuālā māksla;
- patīk visi trīs priekšmeti.

Tātad no 1243 jāatņem visi 5. att. redzamie plaknes daļās ierakstītie skaitļi:

$$M = 1243 - 500 - 150 - 50 - 30 - 20 - 120 = 373.$$

Līdz ar to esam ieguvuši, ka 373 skolēniem patīk tikai matemātika.

Uzzīmē Eilera riņķus un pareizi atzīmē tajos dotos	4
Aprēķina, cik ir dalībnieku, kam patīk visi trīs priekšmeti	3
Par pareizu aprēķinu (darbību), cik ir dalībnieku, kam patīk tikai matemātika	2
Par pareizu atbildi	1
Ja ir tikai darbības, bet nav teksta	ne vairāk kā 6
Ja ir tikai pareiza atbilde	1

6.2. Ieraksti 5×6 rūtiņu laukumā 14 plusus un 16 mīnusus (katrā rūtiņā tieši vienu zīmi) tā, lai katram plusam blakus rūtiņās atrastos tieši divi mīnusi! Rūtiņas atrodas blakus, ja tām ir kopīga mala.

Atrisinājums. To var izdarīt, piemēram, kā parādīts 6. att.

+	−	−	−	−	+
−	+	+	+	+	−
−	+	−	−	+	−
−	+	+	+	+	−
+	−	−	−	−	+

6. att.

Vērtēšanas kritēriji

- **10 punkti** - ja viss atbilst - mīnusi plusiem un plusu skaits (līnijas varēja būt vilktas ar lineālu un ar brīvu roku un zīmējums varēja būt veikts arī uz baltas, nevis rūtiņu, papīra lapas).
- **8-9 punkti** - ja ir lieks pluss, bet, to noņemot, viss ir kārtībā, bez papildus piepūles vai ir lietoti krustiņi, kas nav plusi.
- 7 punkti - ja vienam plusam nebija tieši 2 mīnusi blakus vai arī visi bija, bet plusu skaits atšķīrās par viens no 14.
- **5 punkti** - ja 2 plusiem nav tieši 2 mīnusi vai plusu atšķirība par 2, bet mīnusi ir tieši 2.
- **4 punkti** - ja ir 3 plusi "ar defektiem".
- **3 punkti** - ja 4-5 plusi "ar defektiem".
- **2 punkti** - ja 6 -9 plusi "ar defektiem".
- **1 punkts** - ja 10-12 plusi "ar defektiem", bet pāris vismaz ir pareizi.
- **0 punkti** - ja plusu skaits ir atšķirīgs un 6-9 plusi "ar defektiem"/ pat kāds pluss nav ar pareizo mīnusu skaitu /citi gadījumi, kad nav saprasts, ko darīt.

6.3. Dotas deviņas kārtis ar cipariem no 1 līdz 9, uz katras kārts uzrakstīts atšķirīgs cipars. Kāds mazākais skaits kāršu jāizvelk (nezinot to vērtības), lai no tām noteikti varētu izveidot divciparu skaitli, kurš dalās ar 7 (veidojot divciparu skaitli, katru kārti drīkst izmantot ne vairāk kā vienu reizi)?

Atrisinājums. Mazākais skaits kāršu, kas jāizvelk, ir 5. Pierādīsim to. Sadalām visus ciparus četrās grupās:

- pirmā grupa 1, 2 un 4;
- otrā grupa 3, 5 un 6;
- trešā grupa 8 un 9;
- ceturtā grupa 7.

Ievērojam, ka, paņemot no kādas grupas divus ciparus (ja grupā ir vismaz divi cipari), tad no šiem cipariem var izveidot divciparu skaitli, kas dalās ar 7.

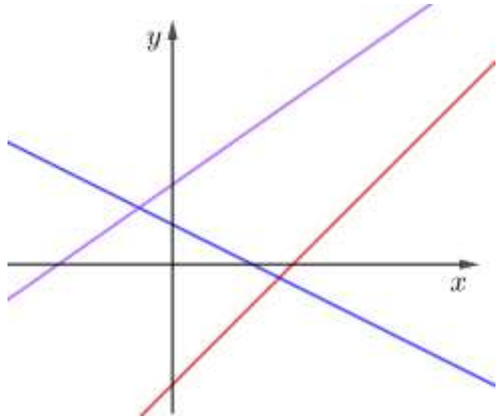
Līdz ar to, ja tiks izvilktas piecas kārtis, tad pēc Dirihlē principa no kādas grupas būs izvilktas vismaz divas kārtis un no tām varēs izveidot uzdevumā prasīto skaitli.

Vēl jāpierāda, ka ir iespējams izvilkt četras kārtis, no kurām nevar izveidot divciparu skaitli, kas dalās ar 7. Ja izvelk četras kārtis 1, 3, 7 un 8, tad no tām nevar izveidot divciparu skaitli, kas dalās ar 7 (neviens no skaitļiem 13, 31, 17, 71, 18, 81, 37, 73, 38, 83, 78, 87 nedalās ar 7).

Tātad mazākais kāršu skaits, kas jāizvelk, ir 5.

Par atbildi 5 kārtis	1
Par pretpiemēru, ka ar 4 kārtīm nepietiek	2
Uzrakstīti visi divciparu skaitļi, ko var izveidot no kārtīm un kas dalās ar 7	2
Par pamatojumu, ka ar 5 kārtīm pietiek	5
Uzrakstīti visi divciparu skaitļi, ko var izveidot no kārtīm un kas dalās ar 7	2

7.1. Vai var gadīties, ka 7. att. dotās taisnes ir funkciju $y = ax + b$, $y = bx - c$ un $y = cx + a$ grafiki (grafiki nav doti mērogā)?



7. att.

Atrisinājums. Nē, nevar.
Tā kā divas funkcijas ir augošas un viena dilstoša, tad diviem no taišņu virziena koeficientiem a, b, c ir jābūt pozitīviem un vienam negatīvam.
Tā kā divas taisnes krusto y asi punktā, kura ordināta ir pozitīva, bet viena krusto y asi punktā, kura ordināta ir negatīva, tad no skaitļiem b, $-c$, a divi ir pozitīvi un viens ir negatīvs.
Apskatām iespējamos gadījumus.

Virziena koeficienti			Brīvie locekļi			
$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{c}$	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{-c}$	$\boldsymbol{a}$	
$-$	$+$	$+$	$+$	$-$	$-$	Pretruna
$+$	$-$	$+$	$-$	$-$	$+$	Pretruna
$+$	$+$	$-$	$+$	$+$	$+$	Pretruna

Līdz ar to esam pamatojuši, ka dotās taisnes nevar atbilst uzdevumā dotajām formulām.

Par atbildi "nē"	1
Spriedums, ka diviem no taišņu virziena koeficientiem a, b, c ir jābūt pozitīviem un vienam negatīvam.	2
Spriedums, ka no skaitļiem b, $-c$, a divi ir pozitīvi un viens ir negatīvs.	2
Pamatojums, ka uzzīmētie grafiki neatbilst formulām	5
Par konkrētiem piemēriem, kuros neizdodas	ne vairāk kā 2

7.2. Naturālu skaitli sauc par *īpašu*, ja tas ir vienāds ar četru savu dažādu dalītāju summu.

a) Atrodi vienu *īpašu* skaitli!

b) Pierādi, ka *īpašo* skaitļu ir bezgalīgi daudz!

c) Pierādi, ka visi *īpašie* skaitļi ir pāra skaitļi.

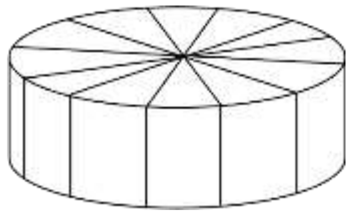
Atrisinājums. a) *Īpašs* skaitlis ir, piemēram, 12, jo $12 = 1 + 2 + 3 + 6$.

b) *Īpaši* ir visi skaitļi, kas ir formā, piemēram, $12n$, kur n ir naturāls skaitlis, jo $12n = n + 2n + 3n + 6n$.

c) Pieņemsim pretējo, ka ir kāds *īpašs* nepāra skaitlis. Nepāra skaitlim visi tā dalītāji ir nepāra skaitļi, bet četru nepāra skaitļu summa ir pāra skaitlis – pretruna.

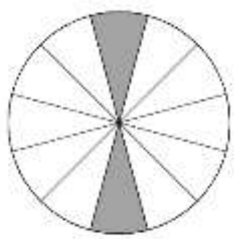
Par **a)** gadījumu (kopā 2 punkti)	
Atrasts *īpašs* skaitlis	1
Parādīts, ka atrastais skaitlis ir 4 savu dalītāju summa	1
Par **b)** gadījumu (kopā 4 punkti)	
Atrasts *īpašs* skaitlis vispārīgā formā	2
Parādīts, ka visi atrastie skaitļi ir 4 savu dalītāju summa	2
Par **c)** gadījumu (kopā 4 punkti)	
Spriedums, ka nepāra skaitļa visi dalītāji ir nepāra skaitļi	2
Spriedums, ka četru nepāra skaitļu summa ir pāra skaitlis	2
b) gadījumā par dažiem atrastiem īpašiem skaitļiem	1

7.3. Torte sagriezta 12 gabaliņos (skat. 8. att.). Brālītis un Karlsons pēc kārtas izdara gājienus, Brālītis sāk pirmais. Vienā gājienā var apēst vai nu vienu tortes gabaliņu, vai divus blakus esošus gabaliņus (blakus esoši gabaliņi ir gabaliņi, kam ir kopīga mala). Uzvar tas, kurš apēd pēdējo gabaliņu. Kurš uzvarēs, pareizi spēlējot, un kā viņam jārīkojas?

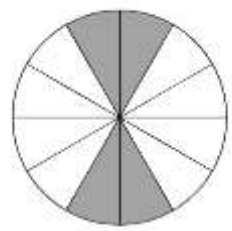


8. att.

Atrisinājums. Pareizi spēlējot, vienmēr var uzvarēt Karlsons. Viņš var izmantot simetriju. Ja Brālītis pirmajā gājienā apēd vienu gabalu, tad Karlsons arī apēd vienu gabalu, kas atrodas tieši pretējā pusē tā, ka atliek divi vienādi tortes gabalu "bloki" pa 5 gabaliem (skat. 9. att.). Bet, ja brālītis pirmajā gājienā apēd divus tortes gabalus, tad arī Karlsons apēd divus pretējā pusē tā, ka atliek divi vienādi gabalu bloki pa 4 gabaliem (skat. 10. att.).



9. att.



10. att.

Tālākajā spēlē, ja Brālītis apēd vienu gabalu vai divus gabalus no kāda bloka, tad Karlsonam jāapēd attiecīgi vienu vai divus gabali, kas atrodas tajā pašā vietā otrā blokā, tā, lai pēc viņa gājiena abi bloki atkal būtu vienādi. Tādā veidā Karlsons var nodrošināt, ka tieši viņš apēdīs pēdējo tortes gabalu, jo, ja tortes gabalu varēs apēst Brālītis, tad arī Karlsons varēs apēst simetrisko gabalu, kas atrodas otrā blokā.

Par atbildi, ka vienmēr var uzvarēt Karlsons	1
Par ideju, ka jāizmanto simetrija	2
Par spriedumu, kā Karlsonam jārīkojas savā pirmajā gājienā (ja Brālītis paņem 1 vai 2 gabaliņus pirmajā gājienā)	3
Par spriedumu, kā Karlsonam jārīkojas nākamajos gājienos	3
Par secinājumu, ka Karlsons varēs izvēlēties tortes gabalu, ja to varēs izdarīt Brālītis	1
Par konkrētiem piemēriem	ne vairāk kā 2

8.1. Aplūkosim lineāras funkcijas $y = bx - 71 + m$, kur koeficientus b un m saista sakarība $b + 2m = 2021$. Pierādīt, ka visu šādu funkciju grafiki krustojas vienā punktā!

Atrisinājums. Aplūkojam funkcijas $y = bx - 71 + m$ vērtību, ja argumenta vērtība $x = \frac{1}{2}$:

$$y = \frac{1}{2}b - 71 + m = \frac{1}{2}(b + 2m) - 71 = \frac{1}{2} \cdot 2021 - 71 = 1010\frac{1}{2} - 71 = 939\frac{1}{2}.$$

Esam ieguvuši, ka argumenta vērtībai $\frac{1}{2}$ jebkuras dotās funkcijas vērtība būs $939\frac{1}{2}$. Tātad visas dotās taisnes krustojas punktā $\left(\frac{1}{2}; 939\frac{1}{2}\right)$.

Par pareizi noteiktu krustpunktu	4
Par pamatojumu, ka visas funkcijas iet caur šo punktu	6

8.2. Kādus pirmskaitļus var izteikt formā

$$|n-1|+|n-2|+|n-3|+|n-4|+|n-5|+|n-6|+|n-7|,$$

kur n ir kāds vesels skaitlis?

Atrisinājums. Vienīgais pirmskaitlis, ko var izteikt šādā formā, ir 13.

Ja $n \geq 7$, tad dotajā izteiksmē visas zemmoduļu izteiksmes ir nenegatīvas, tāpēc to var pārrakstīt kā

$$|n-1|+|n-2|+|n-3|+|n-4|+|n-5|+|n-6|+|n-7|=$$
$$=n-1+n-2+n-3+n-4+n-5+n-6+n-7=7n-28=7\cdot(n-1)$$

Visi skaitļi šādā formā nav pirmskaitļi, jo tos var sadalīt reizinātājos.

Ja $n \leq 1$, tad dotajā izteiksmē visas zemmoduļu izteiksmes ir negatīvas vai 0, tāpēc to var pārrakstīt kā

$$|n-1|+|n-2|+|n-3|+|n-4|+|n-5|+|n-6|+|n-7|=$$
$$=1-n+2-n+3-n+4-n+5-n+6-n+7-n=28-7n=7\cdot(4-n)$$

Visi skaitļi šādā formā nav pirmskaitļi, jo tos var sadalīt reizinātājos.

Apskatīsim atlikušās n vērtības.

- Ja $n=2$, dotajā izteiksmē n vietā ievieto 2 un iegūst
  $$|2-1|+|2-2|+|2-3|+|2-4|+|2-5|+|2-6|+|2-7|=$$
  $$|1|+|0|+|-1|+|-2|+|-3|+|-4|+|-5|=1+0+1+2+3+4+5=15$$
  Skaitlis 15 nav pirmskaitlis.
- Ja $n=3$, dotajā izteiksmē n vietā ievieto 3 un iegūst
  $$|3-1|+|3-2|+|3-3|+|2-4|+|3-5|+|3-6|+|3-7|=$$
  $$|2|+|1|+|0|+|-1|+|-2|+|-3|+|-4|=2+1+0+1+2+3+4=13$$
  Skaitlis 13 ir pirmskaitlis.
- Ja $n=4$, dotajā izteiksmē n vietā ievieto 4 un iegūst
  $$|4-1|+|4-2|+|4-3|+|4-4|+|4-5|+|4-6|+|4-7|=$$
  $$|3|+|2|+|1|+|0|+|-1|+|-2|+|-3|=3+2+1+0+1+2+3=12$$
  Skaitlis 12 nav pirmskaitlis.
- Ja $n=5$, dotajā izteiksmē n vietā ievieto 5 un iegūst
  $$|5-1|+|5-2|+|5-3|+|5-4|+|5-5|+|5-6|+|5-7|=$$
  $$|4|+|3|+|2|+|1|+|0|+|-1|+|-2|=4+3+2+1+0+1+2=13$$
  Skaitlis 13 ir pirmskaitlis.
- Ja $n=6$, dotajā izteiksmē n vietā ievieto 6 un iegūst
  $$|6-1|+|6-2|+|6-3|+|6-4|+|6-5|+|6-6|+|6-7|=$$
  $$|5|+|4|+|3|+|2|+|1|+|0|+|-1|=5+4+3+2+1+0+1=16$$
  Skaitlis 16 nav pirmskaitlis.

Līdz ar to esam pierādījuši, ka tikai pirmskaitli 13 var izteikt prasītajā formā.

Par atbildi 13	1
Par gadījumu $n \leq 1$	3
Par gadījumu $n \geq 7$	3
Par gadījumiem $n=2; 3; 4; 5; 6$	3

8.3. Trijstūrī ABC novilkta bisektrise AE. Uz taisnes AE atlikts punkts D, tā ka $AD = AB + AC$ un punkts E atrodas starp punktiem A un D. Pierādīt, ka ΔBCD ir vienādmalu trijstūris, ja zināms, ka $\sphericalangle BAC = 120°$.

Atrisinājums. Pierādīsim, ka $BC = BD$.

Atliekam uz taisnes AD tādu punktu G, ka $AG = AB$ un $GD = AC$ (skat. 11. att.). Aplūkojam trijstūri GAB. Tas ir vienādmalu trijstūris, jo pēc konstrukcijas $AG = AB$ un pēc bisektrises definīcijas $\sphericalangle GAB = 60°$. Tātad $GB = AB$ un $\sphericalangle AGB = 60°$.

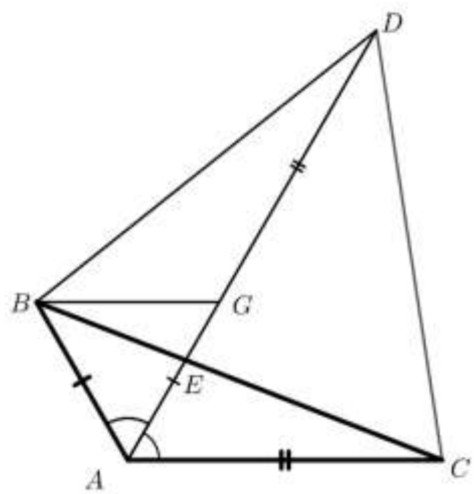
Ievērojam, ka $\Delta CAB = \Delta DGB$ pēc pazīmes $m\ell m$:

- $DG = CA$ pēc konstrukcijas,
- $\sphericalangle DGB = 180° - \sphericalangle AGB = 120 = \sphericalangle CAB$,
- $GB = AB$ pēc iepriekš pierādītā.

Tā kā vienādos trijstūros attiecīgie lielumi ir vienādi, tad $BD = BC$.

Līdzīgi, atliekot uz AD tādu punktu M, ka $AM = AC$ un $MD = AB$, pierāda, ka $BC = CD$.

Līdz ar to esam pierādījuši, ka $BC = BD = CD$. Tātad trijstūris BCD ir vienādmalu.



11. att.

Par zīmējumu, kurā attēlots tikai dotais	0
Par punkta G atlikšanu uz AD	3
Pamatots, ka ΔAGB ir vienādmalu trijstūris	2
Korekti pabeigts pamatojums, ka ΔBCD ir vienādmalu trijstūris	5